

СТЕПЕНИ И КОРНИ

Основные формулы

- $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$
- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $a^n : a^m = a^{n-m} \quad (a \neq 0)$
- $(a^n)^m = a^{nm}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0)$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad (a \neq 0, b \neq 0)$
- $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad (a \geq 0, n \in \mathbb{N}, n \neq 1)$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0, n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z})$
- $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$
- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$
- $(\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0)$
- $\sqrt{a^2} = |a|$

Об авторе

Пример 1

Условие. Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{8})^2}{6}$.

Решение.

$$\frac{(3\sqrt{8})^2}{6} = \frac{3^2 \cdot (\sqrt{8})^2}{6} = \frac{9 \cdot 8}{6} = 12.$$

Ответ: 12.

Пример 2

Условие. Найдите значение выражения $5^{0,06} \cdot 25^{0,97}$.

Решение.

$$5^{0,06} \cdot 25^{0,97} = 5^{0,06} \cdot (5^2)^{0,97} = 5^{0,06} \cdot 5^{1,94} = 5^2 = 25.$$

Ответ: 25.

Пример 3

Условие. Найдите значение выражения $7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}}$.

Решение.

$$7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9}} \cdot (7^2)^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9}} \cdot 7^{\frac{10}{9}} = 7^{\frac{4}{9} + \frac{10}{9}} = 7^{\frac{14}{9}} = 7^1 = 7.$$

Ответ: 7.

Пример 4

Условие. Найдите значение выражения $\frac{81^{2,6}}{9^{3,7}}$.

Решение.

$$\frac{81^{2,6}}{9^{3,7}} = \frac{(3^4)^{2,6}}{(3^2)^{3,7}} = \frac{3^{4 \cdot 2,6}}{3^{2 \cdot 3,7}} = \frac{3^{10,4}}{3^{7,4}} = 3^{10,4-7,4} = 3^3 = 27.$$

Ответ: 27.

Пример 5

Условие. Найдите значение выражения $(64^9)^3 : (16^5)^8$.

Решение.

$$(64^9)^3 : (16^5)^8 = ((4^3)^9)^3 : ((4^2)^5)^8 = 4^{81} : 4^{80} = 4^1 = 4.$$

Ответ: 4.

Пример 6

Условие. Найдите значение выражения $35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7}$.

Решение.

$$35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7} = \frac{7^{5,7}}{35^{4,7}} : \frac{1}{5^{3,7}} = \frac{7^{5,7} \cdot 5^{3,7}}{7^{4,7} \cdot 5^{4,7}} = \frac{7}{5} = 1,4.$$

Ответ: 1,4.

СТЕПЕНИ И КОРНИ

Основные формулы

- $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$
- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $a^n : a^m = a^{n-m} \quad (a \neq 0)$
- $(a^n)^m = a^{nm}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0)$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad (a \neq 0, b \neq 0)$
- $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad (a \geq 0, n \in \mathbb{N}, n \neq 1)$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0, n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z})$
- $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$
- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$
- $(\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0)$
- $\sqrt{a^2} = |a|$

Пример 7

Условие. Найдите значение выражения $\frac{14^{6,4} \cdot 7^{-5,4}}{2^{4,4}}$.

Решение.

$$\frac{14^{6,4} \cdot 7^{-5,4}}{2^{4,4}} = \frac{2^{6,4} \cdot 7^{6,4} \cdot 7^{-5,4}}{2^{4,4}} = 2^{6,4-4,4} \cdot 7^{6,4-5,4} = \\ = 2^2 \cdot 7^1 = 4 \cdot 7 = 28.$$

Ответ: 28.

Пример 8

Условие. Найдите значение выражения $25^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}}$.

Решение.

$$25^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}} = (5^2)^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}} = 5^{4\sqrt{8}+6} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}} = \\ = 5^{4\sqrt{8}+6-3-4\sqrt{8}} = 5^3 = 125.$$

Ответ: 125.

Пример 9

Условие. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}} = \sqrt{\frac{2,8 \cdot 4,2}{0,24}} = \sqrt{\frac{28 \cdot 42}{24}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 7}{4 \cdot 6}} = \sqrt{7^2} = 7.$$

Ответ: 7.

Пример 10

Условие. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{24}}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{24}} = \sqrt[4]{\frac{8 \cdot 48}{24}} = \sqrt[4]{\frac{8 \cdot 24 \cdot 2}{24}} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2.$$

Ответ: 2.

Пример 11

Условие. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[5]{36}}{\sqrt[30]{36}}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[5]{36}}{\sqrt[30]{36}} = \frac{36^{\frac{1}{3}} \cdot 36^{\frac{1}{5}}}{36^{\frac{1}{30}}} = 36^{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{30}} = 36^{\frac{15}{30}} = 36^{\frac{1}{2}} = 6.$$

Ответ: 6.