

ЛОГАРИФМЫ

Определение и свойства логарифма

- $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$
($a > 0, b > 0, a \neq 1$)
- $a^{\log_a b} = b$
($a > 0, b > 0, a \neq 1$)
- $\log_a a = 1$
($a > 0, a \neq 1$)
- $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$
($a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$)
- $\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$
($a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$)
- $\log_a b^k = k \cdot \log_a b$
($a > 0, a \neq 1, b > 0$)
- $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$
($a > 0, a \neq 1, b > 0, n \neq 0$)
- $\log_{a^n} b^k = \frac{k}{n} \cdot \log_a b$
($a > 0, a \neq 1, b > 0, n \neq 0$)
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
($a > 0, b > 0, a \neq 1, c > 0, c \neq 1$)
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
($a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$)

Об авторе

Пример 1

Условие. Найдите значение выражения $\log_4 8$.

Решение. Воспользуемся свойствами логарифма:

$$\log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2} \cdot \log_2 2 = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

Пример 2

Условие. Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{7}} \sqrt{7}$.

Решение. Воспользуемся свойствами логарифма:

$$\log_{\frac{1}{7}} \sqrt{7} = \log_{7^{-1}} 7^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \cdot \log_7 7 = -0,5.$$

Ответ: -0,5.

Пример 3

Условие. Найдите значение выражения $6 \log_7 \sqrt[3]{7}$.

Решение. Воспользуемся свойствами логарифма:

$$6 \log_7 \sqrt[3]{7} = 6 \log_7 7^{\frac{1}{3}} = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_7 7 = 6 \cdot \frac{1}{3} = 2.$$

Ответ: 2.

Пример 4

Условие. Найдите значение выражения $\log_4 \log_5 25$.

Решение. Воспользуемся определением логарифма:

$$\log_4 (\log_5 25) = \log_4 2 = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

Пример 5

Условие. Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 4}$.

Решение. По основному логарифмическому тождеству

$$7 \cdot 5^{\log_5 4} = 7 \cdot 4 = 28.$$

Ответ: 28.

Пример 6

Условие. Найдите значение выражения $9^{\log_3 4}$.

Решение. Воспользуемся свойствами логарифма:

$$9^{\log_3 4} = 3^{2 \log_3 4} = 3^{\log_3 4^2} = 3^{\log_3 16} = 16.$$

Ответ: 16.

ЛОГАРИФМЫ

Определение и свойства логарифма

- $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$
($a > 0, b > 0, a \neq 1$)
- $a^{\log_a b} = b$
($a > 0, b > 0, a \neq 1$)
- $\log_a a = 1$
($a > 0, a \neq 1$)
- $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$
($a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$)
- $\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$
($a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$)
- $\log_a b^k = k \cdot \log_a b$
($a > 0, a \neq 1, b > 0$)
- $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$
($a > 0, a \neq 1, b > 0, n \neq 0$)
- $\log_{a^n} b^k = \frac{k}{n} \cdot \log_a b$
($a > 0, a \neq 1, b > 0, n \neq 0$)
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
($a > 0, b > 0, a \neq 1, c > 0, c \neq 1$)
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
($a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$)

Об авторе

Пример 7

Условие. Найдите значение выражения $\log_2 6,4 + \log_2 10$.

Решение. По формуле суммы логарифмов

$$\log_2 6,4 + \log_2 10 = \log_2 (6,4 \cdot 10) = \log_2 64 = 6.$$

Ответ: 6.

Пример 8

Условие. Найдите значение выражения $\log_2 56 - \log_2 7$.

Решение. По формуле разности логарифмов

$$\log_2 56 - \log_2 7 = \log_2 \frac{56}{7} = \log_2 8 = 3.$$

Ответ: 3.

Пример 9

Условие. Найдите значение выражения $\frac{\log_7 32}{\log_7 2}$.

Решение. По формуле перехода к новому основанию

$$\frac{\log_7 32}{\log_7 2} = \log_2 32 = 5.$$

Ответ: 5.

Пример 10

Условие. Найдите значение выражения $\frac{\log_6 17}{\log_{36} 17}$.

Решение. Воспользуемся свойствами логарифмов:

$$\frac{\log_6 17}{\log_{36} 17} = \frac{\log_6 17}{\log_{6^2} 17} = \frac{\log_6 17}{\frac{1}{2} \log_6 17} = 2.$$

Ответ: 2.

Пример 11

Условие. Найдите значение выражения $\frac{\log_9 28}{\log_9 7} + \log_7 \frac{7}{4}$.

Решение. По формуле перехода к новому основанию

$$\frac{\log_9 28}{\log_9 7} = \log_7 28.$$

Тогда

$$\frac{\log_9 28}{\log_9 7} + \log_7 \frac{7}{4} = \log_7 28 + \log_7 \frac{7}{4} = \log_7 \left(28 \cdot \frac{7}{4}\right) = \log_7 49 = 2.$$

Ответ: 2.